Negocios arriesgados

Paseos aleatorios

Una ciudad española, un bar en cada esquina. Un borracho sale de uno, escoge una dirección al azar, y entra en el primer bar que encuentra a por una copa más. ¿Logrará salir del casco viejo antes del amanecer?

Este tipo de acertijos se conocen como problemas de paseos aleatorios. Una aplicación más seria: se abre un frasco de perfume en medio de una habitación. ¿Cual es la concentración del mismo en cada punto de la habitación un tiempo dado tras la apertura?

El problema es, en el fondo, similar al del borracho porque las moléculas de perfume se comportan de una forma parecida: se evaporan del frasco y empieza a moverse en línea recta, chocando de vez en cuando con moléculas de aire, lo que hace que cambien de dirección al azar. Al cabo de un cierto tiempo t, y mientras no haya una probabilidad apreciable de que hayan llegado a las paredes, suelo o techo de la habitación (o el borracho al linde de la zona de copas), la probabilidad de que una molécula de perfume esté a una distancia d de la boca del frasco viene dada por la célebre distribución en campana de Gauss:

$$p(d, t) \sim e^{-\frac{d^2}{\sigma^2 t}}$$

donde σ es un parámetro que depende de las propiedades físicas del aire y el perfume. Multiplicando la probabilidad por el número de moléculas que se han evaporado se obtiene la concentración.

La aparición de la campana de Gauss no es sorprendente: aparece siempre que se consideran el efecto total de muchas causas aleatorias, cada una de ellas de pequeña consecuencia. Por otra parte, el problema del perfume no se abordó inicialmente como se ha hecho aquí.

EL enfoque más “clásico” para el estudio de los problemas de difusión (que incluyen la difusión del perfume, de otras substancias en medios sólidos, líquidos o gaseosos, del calor, o de los neutrones en un reactor nuclear, entre otros problemas) suele partir de postular que la concentración c en el punto x y el momento t de la substancia de interés verifica la llamada ecuación de difusión:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \frac{1}{2}\sigma^2 \frac{\partial^2 c}{\partial x^2}$$

Julián Barquín Gil

Ingeniero Industrial ICAI, 1988 y Doctor Ingeniero Industrial por la Universidad Pontificia Comillas en 1993.

Es Investigador del Instituto de Investigación Tecnológica, y profesor en las Escuelas Técnicas ICAI.

o alguna ecuación similar, lo que los matemáticos conocen como una ecuación diferencial parabólica.

Estos dos enfoques son equivalentes: uno mira las cosas en el mundo microscópico y el otro en el macroscópico. Durante la segunda mitad del siglo XIX y la primera del XX la relación entre ambos fue explorada por físicos matemáticos y por matemáticos con gusto por la física. El resultado fue lo que se conoce como el cálculo estocástico.

Más adelante, durante el siglo XX, estas herramientas serían empleadas por los ingenieros que diseñaban sistemas de control y comunicaciones, donde se han vuelto imprescindibles. Pero no es esta la línea que es aquí de interés.

Los mercados eficientes son azarosos

París, 1900. Louis Bachelier, alumno del célebre matemático Henri Poincaré, defiende su tesis doctoral. En ella propone una hipótesis sorprendente: las cotizaciones bursátiles siguen un paseo aleatorio.

Bachelier basó su hipótesis en el estudio de la evolución histórica de las cotizaciones, pero existen razones económicas por las que este resultado no es totalmente inesperado. En un mercado eficiente los agentes valorarán las acciones empleando toda la información relevante. Ahora, si la serie histórica de precios presentara, por ejemplo, un ciclo mensual, cada agente lo detectaría y tendería a comprar acciones en los momentos bajos del ciclo y venderlas en los momentos altos. Pero estas compras y ventas deprimirían los precios en los momentos altos y los subirían en los momentos bajos, eliminado los ciclos. Las únicas variaciones que pueden pervivir en los precios son aquellas que el mercado no puede prever, y por tanto internalizar *a priori*: el ruido, el azar.

No parece que el tribunal de Bachelier quedara muy impresionado por su tesis, pero en los años siguientes, conforme la evidencia se acumulaba, iba ganando peso entre los economistas. Una pregunta interesante era entonces: ¿como afectaban estas variaciones de valor, esta volatilidad de las acciones, al propio valor de las mismas?

En 1952 Harry Markowitz propuso un modelo para intentar responder a estas cuestiones. Para ello analizó el "beneficio" porcentual de comprar una acción, que se suele llamar retorno. De manera más precisa, en el caso más sencillo, el retorno que da una acción en un período dado de tiempo (por ejemplo, un año) es la diferencia entre el precio al final del período menos el precio al principio entre el precio al principio en tanto por ciento. En casos más reales hay que incorporar también el efecto de los dividendos y los impuestos.

Markowitz fijó el período de tiempo y, siguiendo a Bachelier, supuso que los retornos de cada acción en dicho período eran variables aleatorias gaussianas, caracterizadas por una media, que es el retorno esperado, y una desviación típica, o volatilidad. Esta puede variar mucho. Por ejemplo, casos extremos son las letras del Tesoro, que dan un retorno garantizado con un riesgo despreciable, y un valor tecnológico del NASDAQ, que puede dar un retorno mucho mayor pero que tiene una volatilidad (y un riesgo) mucho mayor.

Por otra parte, los retornos de las acciones no son independientes: cuando el mercado está deprimido todas las acciones tienden a bajar, aunque algunas lo harán más rápidamente que otras. Es decir, no solamente las volatilidades de las acciones son de interés, sino también las correlaciones entre sus retornos.

Markowitz tenía que considerar aún un factor más: la llamada aversión al riesgo, o sea, el hecho de que los agentes del mercado, con muy escasas excepciones, prefieren pájaro en mano a ciento volando. De manera más formal, entre dos valores con el mismo retorno esperado preferirían siempre el de menor volatilidad. Markowitz supuso que todos los agentes eran aversos al riesgo, pero permitió que esta aversión (el incremento del retorno esperado requerido para compensar un incremento de la volatilidad) fuera diferente para cada agente.

Con estas hipótesis es posible deducir cual ha de ser el retorno de cada acción en función de su "riesgo". En concreto, se concluye que entre el retorno esperado de una acción r, el retorno de una letra del Tesoro (u otro activo sin riesgo) r_0 y el retorno del "mercado" r_m (que en la práctica se puede aproximar por índices como el IBEX-35 en la Bolsa de Madrid) se verifica que:

$$r = r_0 + ß\,(r_m - r_0)$$

donde ß es la correlación entre las cotizaciones de la acción y del "mercado" . Si una acción tuviera un retorno mayor que el que indica la fórmula, los agentes la considerarían muy barata, y empezarían a demandarla haciendo que suba el precio y baje el retorno hasta que se verifique. Si el retorno fuera menor ocurriría al revés: los agentes intentarían venderla haciendo que el precio inicial bajara y, por tanto, el retorno subiera(1).

El valor del riesgo

El modelo de Markowitz se convirtió en estándar para analizar el valor de las acciones, y aunque han surgido dudas sobre su aplicabilidad en mercados reales (especialmente para valores muy volátiles) las alternativas propuestas se pueden ver como modificaciones o complementos del modelo original.

Este modelo permitía valorar el riesgo: el único riesgo relevante es el que está correlado con el mercado(2). Pero tiene un serio inconveniente: no indica cual es el precio de valores que no tienen retornos gaussianos.

Ahora, estos valores son muy corrientes. Por ejemplo, piénsese en un inversor que desea comprar una acción cuyo valor actual es 100€, pero que teme que el precio pueda llegar a caer por debajo de 50€ . Negocia entonces un “seguro” con su banco que establece que si la acción cayera por debajo de esta cantidad, el banco se la compra por 50€.

Este seguro se llama una opción de venta. Siendo un contrato estándar, es posible venderlo o comprarlo como cualquier otro valor, y por tanto tendrá, en el mercado, un precio resultante de la acción de la oferta y la demanda. Pero, ¿cuál debiera ser este precio?

De que lo tiene, no hay duda. Algo ha de cobrar el banco por el seguro, puesto que es posible (aunque quizá improbable) que la acción caiga por debajo de 50€, en cuyo caso el Banco pierde la diferencia entre 50 y el precio de la acción. Este valor no puede ser el precio esperado, ya que el mercado es averso al riesgo (tampoco el precio de la acción es su valor esperado en el futuro: si lo fuera, el retorno esperado no podría depender de la volatilidad). Y los retornos de la acción no son gaussianos: la opción no vale nada si la acción vale más de 50€.

El problema fue resuelto por Fischer Black (un físico), Myron Scholes (un economista) y Robert Merton (un ingeniero). Ellos consideraron inicialmente carteras formadas solamente por letras del Tesoro y acciones. Utlizando un modelo muy similar al de Bachelier(3) determinaron una estrategia de coste nulo que hacia que el valor final de la cartera fuera el mismo que el de la opción (en el ejemplo, nada por encima de 50€, y la diferencia entre 50 y el precio de la acción, por debajo). Esta estrategia consistía en cada momento intermedio entre el principio y el final, en vender parte de las letras para comprar con los ingresos acciones o viceversa, en cantidades cuidadosamente calculadas de acuerdo con la evolución previa del mercado. Es por esto que la estrategia se llama de coste nulo.

Si esta cartera se comporta igual que la opción, su coste (que es el coste inicial de crearla) debe ser el precio de la opción. El cálculo de este precio, y el de la estrategia óptima, requería la aplicación de las técnicas del cálculo estocástico. Merton dedujo una ecuación parabólica cuya solución da el valor de la opción. Hoy esta ecuación se conoce como la ecuación de Black-Scholes.

---

(1) Dos casos límites son:

- El de la propia letra del Tesoro, que tiene $ß = 0$, puesto que su valor no depende en absoluto de lo que pase en el mercado.
- El del propio mercado, que obviamente tiene $ß= 1$ (está perfectamente correlado consigo mismo).

La mayor parte de las acciones tenderán a subir y bajar con el mercado, es decir, tendrán una correlación positiva ($ß > 0$). Valores “conservadores” oscilarán menos que el mercado, es decir, estarán entre las letras del Tesoro y el mercado ($ß < 1$) y tendrán retornos también intermedios. Por otra parte, valores “especulativos” tendrán oscilaciones más fuertes que las del mercado ($ß > 1$) y, por tanto retornos superiores.

(2) La razón es que si las variaciones de una acción no están correladas con el mercado, es posible incluirla en una cartera de valores con otras que tampoco lo están. La volatilidad total de la cartera es menor que la suma de las volatilidades de cada acción (si no están correladas, es improbable que los precios de todas varíen en la misma dirección). Con una cartera lo suficientemente diversificada, el riesgo total puede hacerse muy pequeño. En cambio, el riesgo que es común a todos los valores (que es lo que mide $ß$) no se puede diversificar, no se puede eliminar, y por tanto, tiene un precio.

(3) La principal diferencia es que es un paseo aletorio en los logaritmos de los precios, en lugar de en los precios en sí. Si la volatilidad no es muy elevada, los dos modelos son muy parecidos.

Las técnicas desarrolladas permiten el cálculo no solamente del valor de las opciones, sino de cualquier derivado, es decir, de cualquier contrato cuyo valor final depende del precio de las acciones. Era ahora posible calcular el precio del riesgo.

Una historia de auge y caída

En 1973 se publicaron los resultados de Black, Scholes y Merton, Ese mismo año empezó a funcionar el mercado de opciones (Chicago Board Options Exchange) en una Bolsa en Chicago (Chicago Board of Trade). El modelo alcanzó casi una instantánea popularidad entre los agentes que trabajaban allí. No es, por supuesto que los agentes entendieran los razonamientos empleados (para ser "trader" no se requieren especiales habilidades matemáticas, sino más bien una concentración de hierro y una sincera creencia en que más es siempre mejor que menos), pero las fórmulas finales obtenidas por Merton se podían programar con facilidad en las hojas de cálculo que empleaban. De Chicago se extendió al resto del mundo.

Los años siguientes fueron los de la expansión global de los mercados financieros. Ahora que se era capaz de ponerle un precio al riesgo, era posible negociar con él: comprarle donde fuera barato y venderle donde fuera caro. Su precio tendería a ser el mismo en todo el mundo, pero era posible que todavía existieran diferencias que se pudieran explotar para obtener un beneficio que se pensaba que, paradójicamente, carecería de riesgo. Siendo las diferencias pequeñas, haría falta mover grandes cantidades de dinero para que los beneficios fueran apreciables. Y el obtener estas grandes cantidades requería que la compañía que se formara estuviera dirigida por la gente más prestigiosa.

Fischer Black murió en 1995. Un año antes, en 1994 Scholes, Merton y otros convencieron a inversores norteamericanos para fundar Long Term Capital Management (LTCM), la gran compañía que iba a arbitrar el riesgo en el mundo.

Al prinicipio todo fue bien. LTCM produjo a sus accionistas beneficios impresionantes. Entonces, en 1998 llegó la crisis asiática: el hundimiento de los mercados en las economías emergentes de Indonesia, Tailandia, Malasia, Taiwan y otros países en Asia Oriental. LTCM sufrió pérdidas billonarias, pero al final parecía haber capeado el temporal.

Lo que no se previó es que la disminución del consumo del petróleo, debido a la crisis en Asia, produciría una depresión de los precios del mismo que afectaría a los paises exportadores. Entre ellos estaba Rusia, en plena transición poscomunista. El gobierno ruso anunció que no pagaría su deuda: como más recientemente en Argentina hubo "default" . Este hecho fue la puntilla para LTCM.

El problema ahora no era ya solo de LTCM. La compañía era muy grande, y estaba involucrada en todo el tejido bancario de los EE.UU. y el resto del mundo. Las autoridades financieras de los EE.UU. se hicieron cargo de pérdidas por valor de más de tres mil millones de dólares para evitar el colapso del sistema bancario. Hay que añadir además las pérdidas que asumieron los propios socios de LTCM (principalmente bancos e instituciones financieras).

LTCM ha sido, posiblemente, la mayor catástrofe que la gestión incorrecta de derivados finacieros ha provocado, pero en modo alguno, la única. Un problema general es que el uso de estos derivados puede ser como "seguros" , pero también como "apuestas": son las dos caras de una misma moneda. Por ejemplo, nuestro tímido inversor de la sección anterior firmó un "seguro" para cubrirse de que sus acciones bajaran de 50€, pero para su contraparte (el banco) este contrato es una "apuesta" de que no llegarán las acciones a valer tan poco: si llegan, pierden. Siendo los bancos, como son, instituciones conservadoras, normalmente intentará vender esta "apuesta" a una tercera parte; pero al final alguien tendrá que hacerse cargo de este riesgo.

Los mercados financieros permiten que estos contratos se negocien con facilidad. Si las empresas tienen gestores cuya aversión al riesgo no es tan alta como debiera, pueden acabar tomando posiciones muy peligrosas. A esto hay que añadir que la legislación relevante no está tan desarrollada como la referente a otros aspectos financieros, lo que facilita el fraude duro y puro como en el caso de Enron, o al menos prácticas, como el pago a ejecutivos con opciones, que en ocasiones pueden ser discutibles.

Más allá de Black-Scholes

La teoría de derivados sobre acciones no tardó en extenderse a otros activos, como aquellos destinados a gestionar los riesgos en el tipo de interés o en los cambios entre divisas. En todos estos casos fue posible extender el modelo de Black-Scholes de formas más o menos ingeniosas que conservaban sus propiedades básicas.

Una de estas propiedades es que la distribución de los logaritmos de los retornos es gaussiana. Aunque esto se puede considerar habitualmente correcto subestima en gran manera la probabilidad de grandes variaciones: los crash bursátiles son raros, pero no tan raros como Black-Scholes sugiere. Se han propuestos modelos alternativos en los que aparecen, de forma natural, probabilidades mucho mayores para estos sucesos raros que en Black-Scholes. Es interesante que modelos matemáticamente similares se han propuesto por físicos para describir fenómenos turbulentos.

La mayor parte de los derivados se negocian en mercados financieros. El siguiente mercado en volumen de negocio es el de la energía, y especialmente el asociado a los derivados sobre el petróleo.

Antes de la crisis del petróleo de 1973, el mercado estaba dominado por grandes compañías integradas que extraían, transportaban y procesaban el crudo. Tras la crisis, las compañías de extracción fueron nacionalizadas en los principales países productores, mientras que las autoridades fiscales de los países importadores, y en especial de los EE.UU., favorecían entonces una política de segregación vertical.

Algunas de las compañías que aparecieron, como las refinerías, operaban (y siguen operando) con márgenes muy estrechos, y todas sufrían por la gran volatilidad de los precios del crudo. Esto provocó la aparición de un mercado de derivados sobre el petróleo para poder cubrirse del riesgo. Más adelante, aparecerían también mercados de derivados del gas y se animarían considerablemente los del carbón.

Un problema peculiar de estos mercados es que la volatilidad que presentan es muy variable. Se han propuesto modelos en los que se permite que la propia volatilidad siga un camino aleatorio, que parecen describir de forma apropiada las series de precios. Desde el punto de vista de las aplicaciones industriales, es habitual que haya compañías que consuman varios productos energéticos (por ejemplo, las compañías eléctricas en España consumen gas, carbón y algo de gasóleo). El problema de encontrar modelos que describan apropiadamente la dinámica conjunta y sean de aplicación práctica no es trivial. Este es un tema de investigación activa en el sector y en nuestra Escuela.

Más díficil de cuantificar, aunque quizá al final sea el impacto más importante, es la influencia que la teoría de derivados ha tenido en los procedimientos de análisis de inversiones y gestión en las empresas. La forma tradicional de valorar una posible inversión era mediante el cálculo del Valor

Actual Neto (VAN), es decir, el valor descontado de los flujos de caja futuros asociados a la inversión. La forma de considerar el mayor o menor riesgo era modificando el valor de la tasa de descuento, que era mayor en los proyectos que se percibían como más arriesgados. Este procedimiento es teóricamente sólido, y de hecho se puede derivar del modelo de Markowitz, si se esperan incertidumbres gaussianas en los flujos de caja futuros. Pero muchas inversiones no son de esta naturaleza.

Por ejemplo, piénsese en una central eléctrica de gas. La central funcionará y producirá un beneficio si el precio de la electricidad es superior al del gas necesario para producirla. Si no, la central estará parada. En este sentido, es como una opción sobre la diferencia entre los precios de la electricidad y el gas; en el argot del gremio una opción real. Como toda opción, tendrá un precio. Si el coste de construir la central es inferior a su precio, es una buena inversión, y si no, una mala.

En la vida real las cosas son, por supuesto, más complicadas, pero este tipo de enfoques permiten respuestas más aproximadas que lo que era posible dentro del marco del VAN.

Al final del paseo ...

Los tumbos de nuestro borracho nos han acabado llevando a los barrios elegantes donde tienen los bancos sus sedes y a los polígonos donde corre la sangre industrial de la nación. Lo que hace no tanto eran abstrusas especulaciones universitarias son hoy negocios que mueven billones cada año.

Conforme estas técnicas se integran en la actividad cotidiana, el aura esotérica que antes tenían se disipa. Temas antes más secundarios, relativos a problemas prácticos de cálculo e implantación; y consideraciones relacionadas con la gestión general de las empresas y con los límites razonables a la confianza que cabe depositar en estos modelos, adquieren creciente importancia.

La gente que desarrolla las herramientas adecuadas a estos modelos tiene que ser capaz de entender los razonamientos matemáticos muy abstractos que les sirven de base, pero también las consideraciones prácticas que derivan de su uso en el mundo real: su implantación en sistemas informáticos (muy a menudo en tiempo real), su interrelación con otras actividades empresariales y su uso por personas concretas para tareas específicas. Todo esto significa que ya estamos hablando de ingeniería. ∎