

# Estrategias de Modelado de las deformaciones térmicas en máquinas-herramienta



**José Porras Galán**

Doctor Ingeniero Industrial del I.C.A.I. y profesor colaborador asistente. Desde 1996 imparte clases en la Escuela Técnica Superior de Ingeniería, I.C.A.I. en diversas áreas (Robótica, mecanizado, diseño asistido por ordenador, etc.). Ha compaginado esta actividad con la realización de la Tesis doctoral en el campo de las deformaciones en máquinas-herramienta.



**José Manuel Campos Hernández**

Doctor Ingeniero Industrial del I.C.A.I. Es profesor Propio Agregado de la Universidad Pontificia Comillas y Subdirector Académico de la Escuela Técnica Superior de Ingeniería, I.C.A.I.

Los requerimientos de mayores precisiones en los procesos de mecanizado han hecho estudiar en mayor profundidad las causas de los errores que se producen en dichos procesos y buscar tecnologías dentro de las propias máquinas-herramienta para corregirlos. La tendencia más avanzada y con mayor posibilidades de desarrollo futuro es la compensación de los errores a través del propio control numérico de la máquina-herramienta. De forma breve esta técnica consiste en calcular previamente el error total que se va a cometer en la siguiente etapa de mecanizado y corregir este valor en las cotas a mecanizar introducidas en el control numérico.

Para acometer este método de corrección es necesario disponer de modelos matemáticos de los errores de mecanizado, dentro de esta etapa se enmarca el presente artículo. De los diferentes errores de mecanizado este artículo se concentra en la obtención de un modelo de los errores debidos a las deformaciones térmicas de las máquinas-herramienta. Esta es una primera etapa del desarrollo de un procedimiento de compensación de errores, para finalizarlo será necesario obtener modelos matemáticos del resto de errores, elásticos fundamentalmente, y desarrollar un procedimiento de compensación en tiempo real. También se está desarrollando un procedimiento para obtener el modelo matemático particular de una máquina-herramienta en concreto, necesario para poder aplicar estos desarrollos de forma práctica en los usos industriales habituales.

## Introducción

La necesidad de una mayor precisión de las máquinas-herramienta ha hecho que se estudien las causas que la limitan con el fin de mejorarla. Fundamentalmente estas limitaciones en la precisión están causadas por el comportamiento de la máquina-herramienta empleada que provoca que la posición relativa entre la pieza y el filo de corte no sea la teórica, sino otra ligeramente diferente. Y, por tanto, la superficie final no se encuentre en la cota deseada sino que se produzca una cota en la pieza mecanizada final errónea.

Estos defectos se pueden clasificar según el origen de las causas que los provocan en: térmicos, elásticos, es decir, debidos a las fuerzas sobre la máquina-herramienta, los debidos al desgaste del filo de corte y los propios del envejecimiento de la máquina,

comprendiendo estos últimos las holguras que puedan aparecer en los mecanismos de transmisión del movimiento.

Un análisis generalista de la importancia relativa de estos factores determina que los de mayor importancia son los errores térmicos (Weck, M. 1994), siendo, además, los que se deben estudiar en primer lugar puesto que su causa siempre está presente. Los errores debidos a causas térmicas se producen debido a que los cambios de temperatura de los diferentes elementos que la componen provocan que estos se dilaten y como consecuencia se produce un desplazamiento del extremo de la herramienta. Con el fin de poder corregir este error es necesario obtener modelos que permitan calcularla a partir de la distribución de temperaturas, para con estos predecir su valor y compensarlo, aumentándose así la preci-

sión de una máquina determinada o consiguiéndose alcanzar mejores precisiones con una máquina de menor categoría.

Dada la dificultad de resolver las ecuaciones que expresan teóricamente las deformaciones de origen térmico es preciso atacar su solución por otros medios. Vamos a comparar varios de los métodos más habituales utilizados para modelar dichas deformaciones, resaltando sus ventajas e inconvenientes. Éstos son: las redes neuronales, el análisis modal térmico y el método paramétrico autorregresivo. Es preciso destacar que los métodos utilizados habitualmente se limitan a estudiar las deformaciones térmicas para una posición dada de la máquina-herramienta, generalmente el punto medio del espacio de trabajo, esto no es suficiente para la aplicación práctica de estos métodos y por esta causa vamos a describir la posibilidad de extender estos métodos a la totalidad del espacio de trabajo de la máquina-herramienta.

### Método paramétrico autorregresivo (ARX)

Cuando se trata de obtener modelos matemáticos de sistemas físicos, la teoría clásica que se denomina "Identificación de sistemas" utiliza conjuntos de funciones elementales que permitan ajustarse a cualquier función más compleja sin conocer su forma "a priori". Uno de los métodos más simples es el método paramétrico autorregresivo (Almandoz, X 1997) o ARX (AutoRegressive with eXtra input), este método utiliza los valores anteriores de la función objetivo y los de las entradas para predecir el próximo valor; es decir guarda cierta memoria de la "historia" de la deformación y de la distribución de temperaturas.

#### Características

El modelo ARX, aplicado a nuestro caso, sigue la siguiente expresión:

$$\delta(t) + \sum_{i=1}^{n_a} a_i \delta(t-i) = \sum_{j=1}^{n_u} \sum_{k=1}^{n_b} b_{jk} T_j(t-n_r-k) + e(t)$$

donde;  $\delta(t)$  es la deformación térmica de la máquina,  $T_j(t)$  son las temperaturas medidas en diferentes localizaciones de la máquina,  $a_i$ ,  $b_{jk}$  son los coeficientes de los polinomios y  $e(t)$  es el error de ajuste.

Es necesario delimitar el número de entradas  $n_u$ , es decir el número de sensores térmicos a utilizar, tanto por razones prácticas y económicas, como por la capacidad del control numérico empleado si éste se encargase

del cálculo de las deformaciones. Además es necesario buscar las ubicaciones óptimas para estos sensores para lo que este método no aporta ninguna ayuda. También hay que seleccionar adecuadamente los grados de los polinomios  $n_a$  y  $n_b$ , así como el retardo  $n_r$ , para lo que sólo podemos valer de la experiencia.

Tras seleccionar las dimensiones que definen el modelo se calculan los coeficientes  $a_i$  y  $b_{jk}$  mediante ajuste mínimo cuadrático a partir de los datos experimentales obtenidos durante el ensayo de calibración de la máquina.

### Extensión para todo el espacio de trabajo

Algunos autores (Pai-Chung Tseng 1997, Almandoz, X 1997) se han planteado el problema de la generalización a diferentes puntos del espacio de trabajo de la máquina-herramienta de los resultados obtenidos. Proponen interpolar linealmente los parámetros  $a_i$  y  $b_{jk}$  del modelo para la posición elegida del punto de corte (ecuación (2)) de los correspondientes parámetros del modelo obtenidas para posiciones extremas del carro de la máquina-herramienta.

$$a_i = \alpha_{i0} + \alpha_{i1} \cdot x + \alpha_{i2} \cdot y + \alpha_{i3} \cdot z$$

$$b_{jk} = \beta_{j0k} + \beta_{jk1} \cdot x + \beta_{jk2} \cdot y + \beta_{jk3} \cdot z$$

### Ventajas y desventajas

La principal ventaja de este método consiste en que explícitamente expresa en un momento dado las deformaciones como función de las que se han producido en instantes previos, contemplando en mayor o menor medida la historia del proceso, lo que facilita la predicción del comportamiento dinámico de la máquina-herramienta. En cambio este método no permite una interpretación física de las ecuaciones que modelan la máquina-herramienta. Además exige decidir el número y posición de sensores térmicos, grado de los polinomios y el retardo sin aportar ninguna ayuda u orientación para decidir sus valores óptimos.

### Análisis Modal Térmico (AMT)

Otra metodología a la hora de abordar el problema de modelar las deformaciones térmicas de una máquina real consiste en hacerlo de una forma más analítica posible

(Almandoz, X. et al., 1994), es decir intentar resolver con el menor número de aproximaciones las ecuaciones diferenciales que expresan el comportamiento térmico de una máquina-herramienta.

### Características

El análisis modal térmico hace una serie de hipótesis para abordar la solución analítica de las ecuaciones de equilibrio térmico. En primer lugar supone que tanto las temperaturas como las deformaciones de geometrías tan complejas como las de una máquina-herramienta se pueden expresar como la suma de funciones exponenciales que son solución de la ecuación diferencial para geometrías sencillas. También asume que las deformaciones dependen exclusivamente de manera lineal con las temperaturas, hipótesis en principio más arriesgada. La ecuación diferencial que define el estado térmico de un cuerpo es:

$$[p \cdot c]\{T\} + [K]\{T\} = \{q\}$$

Estas ecuaciones pueden resolverse buscando soluciones de la forma:

$$\{T\} = [C]\{1 - e^{-t}\}$$

Por tanto la temperatura de cada punto, relativa a la inicial, es la suma de unas exponenciales afectadas por unos coeficientes relacionados con las propiedades físicas y geométricas de la máquina. Suponiendo la máquina en reposo y descargada en el instante inicial, podemos operar con las deformaciones como resultado del campo de temperaturas, los coeficientes de dilatación y las constantes elásticas de los materiales, obteniéndose:

$$\{\delta\} = [B] \cdot \{1 - e^{-t}\}$$

De las ecuaciones (4) y (5) podemos buscar la relación entre los desplazamientos y el campo de temperaturas:

$$\{\delta\} = [\alpha] \cdot \{T\}$$

Este modelo tiene una expresión matemática final muy simple, lo que hace muy sencillo y rápido su cálculo en operación.

### Extensión para todo el espacio de trabajo

Aunque el análisis modal térmico no se había extendido para contemplar diferentes posiciones de la herramienta, dada la impor-

tancia de contemplar esta característica en todos los modelos hemos realizado esta extensión (Porras Galán, J. y Campos Hernández, J.M., 2000). Para ello hemos partido de las ecuaciones básicas que rigen los fenómenos de dilatación térmica en casos sencillos y hemos buscado un paralelismo con las expresiones obtenidas en el análisis modal térmico.

La expresión de la dilatación lineal ante incrementos de temperatura es la siguiente:

$$\Delta l = \alpha \cdot l \cdot \Delta T$$

En esta expresión podemos observar que la deformación es función del incremento de temperatura que sufre el cuerpo, la dimensión original y un coeficiente que representa las propiedades físicas del material del que esta compuesto el cuerpo. Si comparamos esta expresión con la que hemos obtenido con el método del análisis térmico e intentamos obtener una expresión similar introduciendo la posición de la herramienta llegamos a:

$$\{\delta\} = ([\alpha_x] \cdot x + [\alpha_y] \cdot y + [\alpha_z] \cdot z + [\alpha_0]) \cdot \{T\}$$

El término  $[\alpha_0]$  refleja la deformación que se produce cuando el carro se encuentra en el origen de coordenadas que podemos elegir libremente. Si trasladamos esta ecuación a las que describen el comportamiento temporal de las temperaturas y las deformaciones vemos que la hipótesis más razonable es que la distribución de temperaturas debe ser independiente de la posición del carro y únicamente las deformaciones se verán afectadas por la posición del carro.

$$\{\theta(t)\} = [C]\{\exp(t)\}0$$

$$\delta_{ij}(x,y,z,t) = [B(x,y,z)]_i^T \cdot \{\exp(t)\}$$

Estas expresiones son iguales que las que se obtienen si se realiza la interpolación lineal en el espacio de trabajo como la realizada en Almandoz, X et al. 1997.

### Ventajas y desventajas

La gran aportación de este método es que proporciona información durante el ajuste del modelo acerca del comportamiento del sistema. Esta información es útil para decidir el número y colocación de los sensores de temperatura durante el proceso de implantación del sistema de compensación, y también una vez hallado el modelo definitivo se puede extraer información de él para carac-

terizar el comportamiento térmico de la máquina-herramienta.

Sin embargo, este modelo supone una cierta linealización del problema y desprecia las interacciones entre los distintos modos. Existe además la dificultad práctica de realizar el ajuste conjunto de las funciones de las temperaturas y los desplazamientos, que tienen en común las constantes de tiempo de cada modo. Esta dificultad puede ser una ventaja, ya que permite, si realizamos un ajuste independiente de las temperaturas y los desplazamientos, comparar las constantes de tiempo entre ambos ajustes. Si las constantes son muy similares podemos asegurar que el problema, y por tanto, los puntos elegidos para medir las temperaturas son adecuados.

## Redes neuronales

Un método muy prometedor y en la actualidad ampliamente utilizado para obtener modelos de fenómenos ensayables son las redes neuronales. Son también tremendamente robustos a los errores y ruidos de las medidas utilizadas para generar el modelo. Se han aplicado en algunos casos (Du-Ming Tsai y Jia-I Tzeng 1997) para el modelado de errores dimensionales en máquinas-herramienta.

Estrictamente habría que hablar de redes neuronales artificiales y su definición formal sería: un procesador distribuido, masivamente paralelo que tiene una natural capacidad para recordar experiencias y hacerlas disponibles para su uso posterior. El resultado final es un modelo que se encuentra contenido en la topología de la red y en los pesos sinápticos de forma que este modelo no es expresable por una función matemática evidente.

## Características

Las redes se pueden clasificar según los tipos de neuronas que la constituyen y según la estructura jerárquica de la red, aunque ambas características están íntimamente relacionadas, correspondiendo un tipo de neurona con una estructura de la red. Las neuronas son unos elementos que “suman” varios estímulos de entrada y proporcionan una salida a través de una función denominada de activación. Dependiendo de la mayor o menor linealidad de la función de activación así nuestra red tendrá más flexibilidad a la hora de adaptarse a nuestros ensayos.

El tipo de red neuronal más adecuado para modelar las deformaciones térmicas son la red de perceptrones multicapa. Estas redes se entrenan utilizando un método denominado retropropagación, y su complejidad se controla con el número de neuronas en las capas intermedias.

## Extensión para todo el espacio de trabajo

Incluir nuevas variables de entrada en un modelo basado en redes neuronales es tan sencillo como incluir dichas variables en el proceso de entrenamiento. La red neuronal y el proceso de aprendizaje tratan estas nuevas variables de entrada como cualquier otra sin hacer ningún tipo de hipótesis sobre ella y pudiendo existir cualquier tipo de interacción con cualquier otra de las variables de entrada. Solamente habrá que tener en cuenta el aumento de la complejidad del modelo buscado a la hora de tomar la decisión del número de capas ocultas y del tamaño de cada una de estas capas.

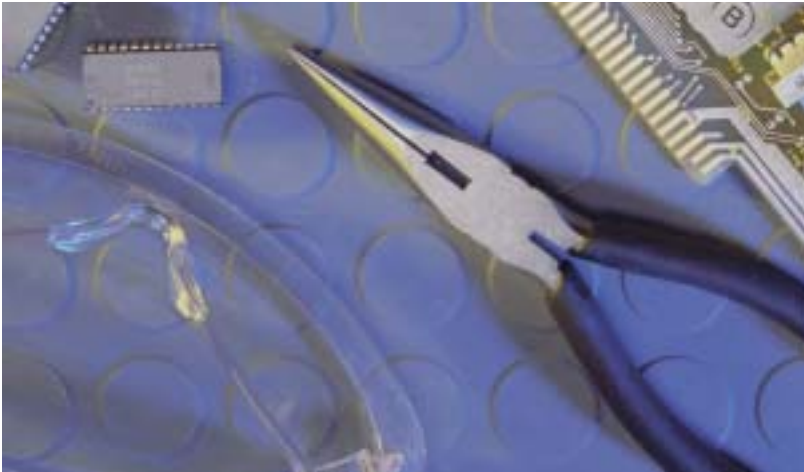
## Ventajas y desventajas

Las principales características de las redes neuronales de cara a la aplicación que vamos a darles son: una no linealidad intrínseca lo que le permite modelar con gran facilidad casi cualquier comportamiento. El modelo se fundamenta únicamente en las evidencias obtenidas de la realidad, además, las redes neuronales son capaces de extraer generalizaciones de los datos suministrados pudiendo luego responder correctamente a entradas que no se le habían presentado anteriormente siempre que estas se encuentren dentro del entorno del conjunto de entrenamiento. De igual manera, se comportan muy robustamente frente al ruido en las señales de entrada. Además, una vez desarrollado el modelo, su operación entre la entrada y la salida es muy rápida de calcular y no precisa cálculos complejos.

Sin embargo, su naturaleza puramente experimental y el modo en que queda almacenada la información dentro de la topología de la red hace que el modelo final se comporte como una “caja negra”, de forma que sea tremendamente difícil extraer información del modelo final, a pesar de contener dicha información.

## Conclusiones y desarrollos futuros

Hemos visto tres métodos diferentes que se utilizan o se pueden utilizar para modelar



las deformaciones térmicas, el método paramétrico autorregresivo, el análisis modal térmico y las redes neuronales. Como resumen podemos decir que el método paramétrico autorregresivo únicamente aporta como ventaja el tener en cuenta expresamente la naturaleza de evolución temporal que tienen las deformaciones térmicas. Tanto el método autorregresivo como las redes neuronales tienen como principal desventaja la incapacidad de aportar ayuda en la toma de decisiones necesarias para implantar estos métodos.

De todos los métodos, las redes neuronales es el que en principio es capaz de modelar cualquier comportamiento con mayor precisión y capacidad de generalización; dado la total ausencia de hipótesis previas del modelo y su capacidad natural de tratar modelos no lineales.

En cambio el análisis modal térmico presupone un comportamiento lineal entre temperaturas y deformaciones, así como una inexistencia de interacciones entre las temperaturas, lo que provoca una menor capacidad para modelar con precisión el comportamiento de las deformaciones térmicas. A su favor tiene que es el único método que proporciona herramientas que ayuden a tomar decisiones para la correcta implantación del sistema de compensación de errores térmicos.

Además, se debe hacer hincapié en un detalle; ninguno de estos métodos es incompatible con los demás. En todos los métodos es necesario realizar unos ensayos de calibración del modelo, obteniendo medidas de las deformaciones frente a temperaturas en varios puntos de la máquina. La utilización de los valores de estos ensayos para obtener un modelo de un tipo no quita

de su reutilización para obtener otro modelo por otro método. Es decir, los ensayos son reutilizables.

En consecuencia, la solución que proponemos es la utilización conjunta del análisis modal térmico y de las redes neuronales. Utilizando cada uno de los métodos aprovechando sus ventajas de forma que se complementen, esto es, utilizando el análisis modal térmico durante el proceso de implantación usando su capacidad para ayudarnos a decidir la disposición más adecuada de sensores térmicos. Y utilizando una red neuronal entrenada con los datos obtenidos durante la implantación como modelo final de las deformaciones térmicas.

Este artículo ha descrito una de las etapas de una Tesis doctoral que ha tenido como objetivo el estudio de las deformaciones térmicas de las máquinas-herramientas para su compensación durante el proceso de mecanizado. Para aplicar y contrastar la capacidad del procedimiento que se ha concluido en este artículo se diseñó una técnica de implantación, así como un útil y un procedimiento de medida de las deformaciones del extremo de la herramienta con el fin de realizar los ensayos necesarios para ajustar los modelos. Con ellos se procedió a obtener los modelos de una máquina-herramienta en concreto validando los métodos descritos anteriormente. ■

## Bibliografía

- Almandoz, X., Arzamendi, J. y Azpeitia, J.L., (1997). "Compensación térmica de una fresadora mediante la aplicación de un método autorregresivo", IMHE.
- Almandoz, X. et al., (1994). "Mejora del comportamiento térmico en máquinas-herramienta". X Congreso de Investigación, Diseño y Utilización de Máquinas-herramientas.
- Pai-Chung Tseng, (1997). "A Real-Time Thermal Inaccuracy Compensation Method on a Machining Centre". *International Journal of Advanced Manufacturing*. Vol 13, pp. 182-190.
- Porras Galán, J. y Campos Hernández, J.M. (2000). "Análisis Comparativo de Estrategias de Modelado de las Deformaciones Térmicas en Máquinas-herramienta". *Anales de Ingeniería Mecánica*. Año 13, vol 3, pp. 2069-2076.
- Du-Ming Tsai y Jia-I Tzeng, (1997). "Dimensional and Angular measurements using least squares and neural networks". *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 13, pp 56-66.
- Weck, M. y Hanrath, G., (1994). "Nuevos procesos de ensayos para la evaluación de máquinas-herramienta bajo carga". X Congreso de Investigación, Diseño y Utilización de Máquinas-herramientas.